Die Eigenschaften einer Exponentialfunktion

Beispiel Bakterienwachstum:

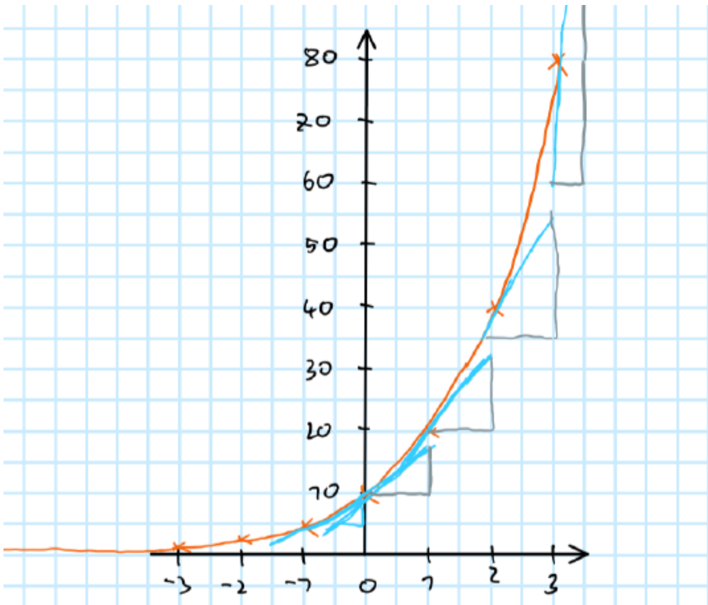
Eine Bakterienkolonie besteht zum Startzeitpunkt aus zehn Bakterien, die sich einmal pro Stunde teilen. Wie viele Bakterien sind es nach 1, 2, 3, ..., 5, X Stunden?

Stunden	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**X**
Bakterien	10	20	40	80	160	320	$10 * 2^X$

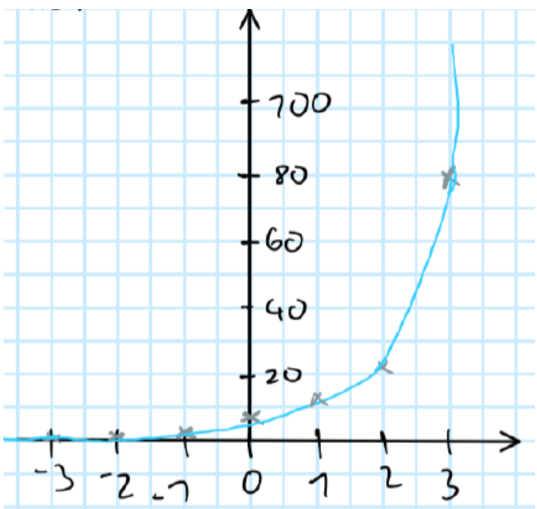
*10 * 2* *10 * 2 * 2* *10 * 2 * 2 * 2* ...

→ Das Bakterienwachstum lässt sich beschreiben durch die Funktion $f(x) = 10 * 2^X$

Zeichne das Schaubild von f(x) für $-3 \le x \le 3$



Mit welcher Wachstumsgeschwindigkeit vermehren sich die Bakterien? Finde es durch graphisches Ableiten heraus!



Vermutung: Die Ableitung ist wieder eine Exponentialfunktion.

Um Exponentialfunktionen ableiten zu können, suchen wir eine Exponentialfunktion, für die gilt:

$f(x) = f'(x)$

<u>Ergebnis</u>: Etwa bis $a = 2{,}723$ gilt $f(x) = a^x = f'(x)$

Genauer: Für die Euler'sche Zahl e stimmt die Funktion $f(x) = e^x$ exakt mit ihrer Ableitungsfunktion $f'(x)$ überein. Es gilt $e = 2{,}718...$

Die Funktion $f(x) = e^x$ nennt man „natürliche Exponentialfunktion". Umgangssprachlich ist sie auch unter den Namen „e-Funktion" bekannt.

Funktionen der Art $f(x) = x^2 * e^x$ sind „zusammengesetzte e-Funktionen".