

Basiswechsel

Jede beliebige Exponentialfunktion der Form $f(x) = c * a^x$ kann man umschreiben in eine natürliche Exponentialfunktion (e-Funktion) mit $f(x) = c * e^{k*x}$ wobei gilt: $k = \ln(a)$

Beispiel Bakterienwachstum:

$$f(x) = 10 * 2^x = 10 * e^{\ln(2)*x}$$

Aufgabe: Wie lautet die Ableitungsfunktion $f'(x)$ und wann beträgt die Wachstumsgeschwindigkeit 2000 Bakterien pro Stunde?

$$\begin{aligned} f'(x) &= 10 * e^{\ln(2)*x} * \ln(2) \\ &= 10 \ln(2) * e^{\ln(2)x} \end{aligned}$$

$$2000 = 10 \ln(2) * e^{\ln(2)x} \quad | : 10$$

$$200 = \ln(2) * e^{\ln(2)x} \quad | : \ln(2)$$

$$\left(\frac{200}{\ln(2)}\right) = e^{\ln(2)x} \quad |\ln(\dots)$$

$$\ln\left(\frac{200}{\ln(2)}\right) = \ln(2) * x \quad | : \ln(2)$$

$$\left(\frac{\ln\left(\frac{200}{\ln(2)}\right)}{\ln(2)}\right) = x \quad \ln = \log_e$$

$$\rightarrow 8,17 = x$$

→ Nach etwa 8,17 Stunden beträgt die Wachstumsgeschwindigkeit 2000 Bakterien pro Stunde.

Zusatzaufgabe: Zeige mithilfe des Potenzgesetzes $(a^b)^c = a^{b*c}$ die Formel für den Basiswechsel

$$c * a^x = c * e^{\ln(a)*x}$$



Hausaufgabe: Übungsaufgaben Geogebra